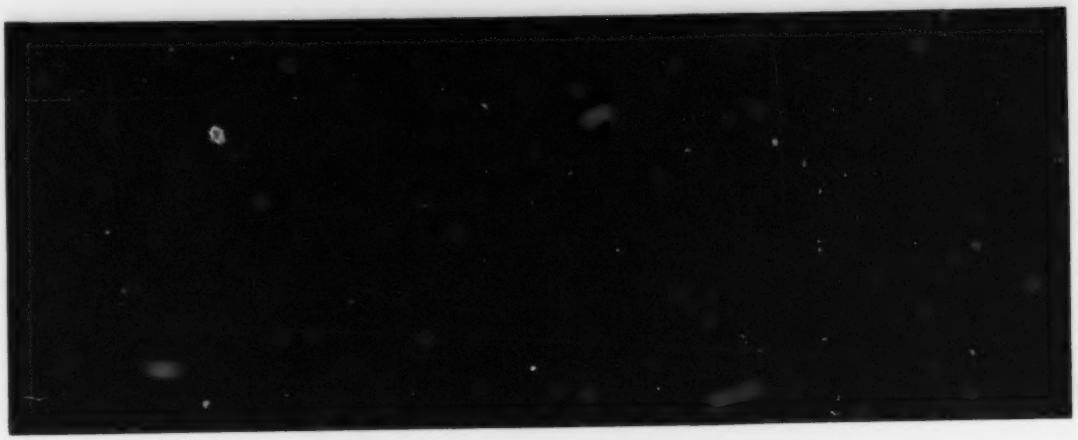
Statistics Canada | Statistique Canada



Methodology Branch

Time Series Research and Analysis Division

Direction de la méthodologie

Division de la recherche et de l'analyse des chroniques

Canada

cahier de travail SCRA-85-033EF

Division de la Recherche et de
l'analyse des séries chronologiques
Direction de la Méthodologie
Statistique Canada

Working Paper TSRA-85-033EF

Time Series Research and
Analysis Division
Methodology Branch
Statistics Canada

H-148B
c2

LA PRÉVISION ARMMI MULTIVARIÉE DE CHRONIQUES IRRÉGULIÈRES

par
Pierre A. CHOLETTE[1]
and
Robert LAMY[2]

travail présenté au

Fifth International Symposium
on Forecasting

organisé à Montréal
du 9 au 12 juin 1985

MULTIVARIATE ARIMA FORECASTING OF IRREGULAR TIME SERIES

by
Pierre A. CHOLETTE[1]
and
Robert LAMY[2]

Paper presented at

The Fifth International Symposium
on Forecasting

held in Montréal
from June 9 to 12 1985

[1]Statistique Canada
Éd. R.H. Coats, 13e étage "J"
OTTAWA, Canada K1A 0T6
(tél. (613) 990-9873)

[2]Ministère des Finances
160, rue Elgin, 27e étage
OTTAWA, Canada K1A 0G5
(tél. (613) 996-0336)

Avril 1985

[1]Statistics Canada
R.H. Coats Bldg, 13th Fl. "J"
OTTAWA, Canada K1A 0T6
(tel. (613) 990-9873)

[2]Department of Finance
160 Elgin Street, 27th Fl.
OTTAWA, Canada K1A 0G5
(tel. (613) 996-0336)

April 1985

LA PRÉVISION ARMMI MULTIVARIÉE DE CHRONIQUES IRRÉGULIÈRES

par
Pierre A. CHOLETTE[1]
and
Robert LAMY[2]

- résumé -

Ce travail montre comment on peut incorporer des filtres de lissage dans les modèles ARMMI multivariés. Cette technique s'avère particulièrement utile pour les séries à fluctuations irrégulières substantielles. Celles-ci tendent à brouiller les relations entre les séries, à perturber les prévisions et à dévaluer la performance prédictive. L'approche proposée contourne ces difficultés. Elle est illustrée par la prévision ARMMI conjointe de l'Indicateur avancée composite du Canada et de l'Indice de la production industrielle.

Mots clés: modèles ARIMA univariés, modèles ARMMI multivariés, filtres

[1]Statistique Canada
Éd. R.H. Coats, 13e étage "J"
OTTAWA, Canada K1A 0T6

[2]Ministère des Finances
160, rue Elgin, 27e étage
OTTAWA, Canada K1A 0G5

MULTIVARIATE ARIMA FORECASTING OF IRREGULAR TIME SERIES

by
Pierre A. CHOLETTE[1]
and
Robert LAMY[2]

- abstract -

The paper shows how smoothing filters can be built into multivariate ARIMA models. The technique can be especially useful for time series with sizable irregular fluctuations. These tend to blurr the relationships between the series, to disturb the forecasts and to underestimate the forecasting performance. The approach proposed circumvents these problems, and is illustrated by joint ARIMA forecasting of the Canadian Composite Leading Indicator and the Index of Industrial Production.

KEYWORDS: Univariate ARIMA Models, Multivariate ARIMA models, Filters

[1]Statistics Canada
R.H. Coats Bldg, 13th Fl. "J"
OTTAWA, Canada K1A 0T6

[2]Department of Finance
160 Elgin Street, 27th Fl.
OTTAWA, Canada K1A 0G5

INTRODUCTION

La manière dont sont habituellement spécifiés, appliqués et évalués les modèles ARMMI multivariés (Tiao et Box, 1981; Jenkins et Alavi, 1981; Ledolter, Shebeck et Thury, 1981) repose implicitement sur deux hypothèses. La première suppose que le modèles devraient prévoir tous les mouvements des séries impliquées, y inclus les fluctuations irrégulières passagères. La seconde hypothèse suppose que chacun des mouvements, y inclus les fluctuations irrégulières passagères, d'une série avancée du modèle devrait provoquer une réaction d'une série qu'on estime "causée" (dans le sens de Granger, 1969) par la série avancée.

Afin de concrétiser l'exposé, soit un modèle ARMMI bivarié de l'Indice canadien de la production industrielle, comme série "coïncidente", et de l'Indicateur avancé composite du Canada, comme série avancée. (Une série est réputée avancée par rapport à une série coïncidente, lorsque les retournements de la première "causent" ou du moins surviennent systématiquement avant ceux de la série coïncidente.)

La première hypothèse sus-mentionnée affirme que le modèle ARMMI devrait prévoir même les chutes et les soubresaults passagers de la production industrielle. C'est en effet ce qu'on suppose implicitement, lorsqu'on mesure les erreurs de prévision du modèle par rapport aux valeurs réalisées des séries qui contiennent de l'irrégularité. Paradoxalement, les économètres s'intéressent en fait sou-

INTRODUCTION

The way multivariate ARIMA models are usually specified, applied and evaluated (Tiao and Box, 1981; Jenkins and Alavi, 1981; Ledolter, Shebeck and Thury, 1981) relies on two implicit assumptions. The first assumption is that the model should predict all the movements of the series involved, including the irregular transient fluctuations. The second assumption is that each and every movement of one leading series in the model, including its irregular transient fluctuations, should translate into a response of another series, which is deemed to be "caused" (in the sense of Granger, 1969) by the leading series.

In order to make the discussion more concrete, consider a bivariate ARIMA model of the Canadian Index of Industrial Production, as a "coincident" series, and of the Canadian Composite Leading Indicator, as the leading series. (One series is said to lead a coincident series, when the turning points of the former "cause" or at least systematically occur before the turning points of the coincident series.)

The first above-mentionned assumption states that the ARIMA model should even forecast the temporary drops and upswings of industrial production. This is indeed implicitly assumed when the forecasting errors of the model are measured against the realized values of series which contain irregularity. Paradoxically, econometricians are in fact often interested by the

vent aux mouvements fondamentaux, plus lisses et à plus long terme, des séries à prévoir et généralement pas aux fluctuations passagères.

La seconde hypothèse implicite aux modèles ARMMI multivariés standards prétend que la production industrielle (en l'occurence) réagit aux changements de direction temporaires de l'Indicateur avancé composite du Canada. Pareil comportement paraît peu vraisemblable. Une approche plus réaliste supposerait que la production réagit graduellement à des changements persistents dans la direction de l'indicateur avancé.

Afin d'éviter ces deux hypothèses, ce travail présente une approche méthodologique qui consiste à d'abord lisser les séries au moyen de filtres apparentés aux modèles ARMMI. Ce filtrage des chroniques a deux effets. Premièrement, l'irrégularité est (au moins partiellement) éliminée. Par conséquent, on n'essaie plus (de manière implicite) de prédire la composante irrégulière des séries. Le second effet du filtrage est d'épurer les relations entre les séries de leurs éléments irréguliers. La série coïncidente ne réagit plus aux changements passagers de la série avancée.

Les filtres choisis et la manière de les incorporer dans le modèle ARMMI bivarié exploite également le modèle univarié trouvé pour chaque série non filtrée. En d'autres mots, les relations univariées du modèle bivarié ne sont pas affectées par le filtrage; tandis que les relations entre séries sont épurées par le filtrage.

Les prévisions de l'Indice canadien de la production industrielle obtenue au moyen du modèle ARMMI bivarié avec filtrage proposé affichent des améliorations considérables des erreurs prévisionnelles quadratiques moyennes et des statistiques de Theil (1966) et de

longer-run and smoother fundamental movements of the series to predict and generally not by the transient fluctuations.

The second assumption implicit to standard multivariate ARIMA models states that the industrial production (in the case considered) react to transient changes of direction in the Canadian Composite Leading Indicator. Such a behaviour does not seem very plausible. A more realistic approach would assume that production reacts gradually to persistent changes in the direction of the leading indicator.

In order to avoid these two hypotheses, this paper presents a methodological approach whereby each series is first smoothed by an ARIMA-type filter. This filtering of series has two effects. First the irregularity of the series is (at least partly) eliminated. Consequently one does not implicitly try to predict the irregular component of series. The second effect of filtering is to purify the relationship between the series of irregular elements. The coincident series does not react to transient changes in the leading series.

The filters selected and the way they are incorporated in the bivariate ARIMA model also takes avantage of the univariate ARIMA model found for each non-smoothed series. In other words, the univariate relationships of the bivariate model remain unaffected by the smoothing; whereas the relationships between the series are clarified by the smoothing.

The forecasts of the Canadian Index of Industrial Production derived by the proposed bivariate ARIMA model with filtering display substantial improvement in the mean square forecast errors and in the statistics of Theil (1966) and

Cicarelli (1982) (en comparaison de celles obtenues sans filtrage). La trajectoire des prévisions s'avère aussi plus satisfaisante. Il appert aussi que l'Indicateur composite avancé du Canada est utile pour la prévision économique.

La structure de ce travail est celle que Ehrenberg (1982) recommande pour les documents scientifiques. On trouve les résultats principaux dans la section 1; les résultats détaillés, dans la section 2; et les détails méthodologiques dans les sections subséquentes.

1. ILLUSTRATION DES RÉSULTATS

Deux modèles ARMMI bivariés furent estimés pour l'Indice canadien de la production industrielle, un indicateur mensuel coïncident, et l'Indice avancé composite du Canada, un indicateur mensuel avancé, pour l'intervalle janvier 1971 à décembre 1978. Les deux séries sont désaisonnalisées. (Statistique Canada ne publie pas de version non désaisonnalisée de l'indicateur avancé.) Le premier modèle porte sur les deux séries, préalablement lissées au moyen d'un filtre apparenté aux modèles ARMMI. Ce modèle est un prototype du genre de modèle ARMMI multivarié proposé dans ce travail. On l'identifiera comme le modèle ARMMI bivarié avec filtrage. Le second modèle est un modèle ARMMI bivarié ordinaire (sans filtrage) impliquant les deux séries non filtrées. Dans les deux modèles un changement de direction de l'indicateur avancé est ressenti dans l'indicateur coïncident quatre mois plus tard. Les détails des modèles feront l'objet de la section 3.

1.1 Comportement des séries - Avant de modéliser des séries, il est toujours souhaitable de les examiner graphiquement. Les profils temporels de janvier 1979 à novembre 1980 de l'Indice canadien de la production industrielle lissé et non lissé apparais-

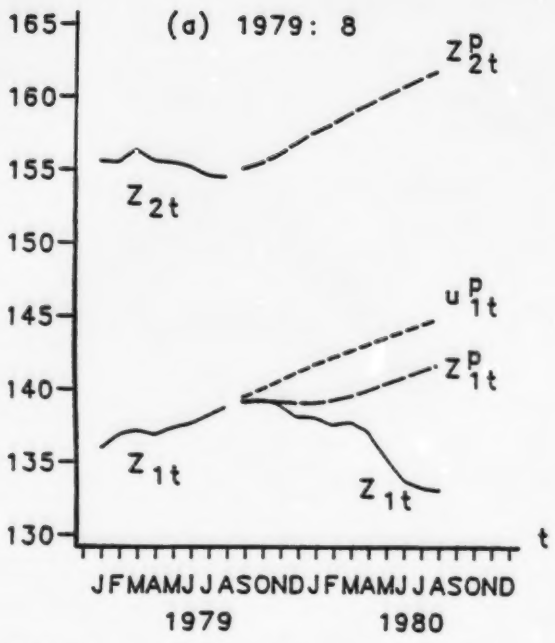
Cicarelli (1982) (compared to those achieved without smoothing). The time path of the forecasts are also more satisfactory. The study also shows that the Canadian Composite Leading Indicator is useful for economic forecasting.

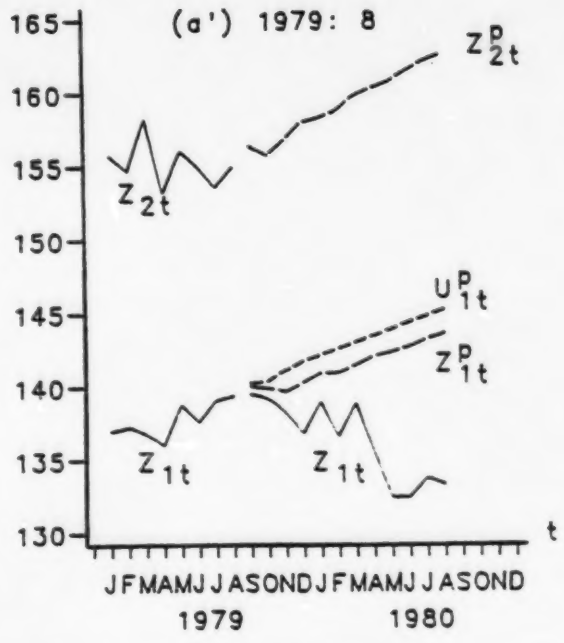
The structure of the paper is that recommended by Ehrenberg (1982) for scientific papers. The main results are found in Section 1; the detailed results, in Section 2; and the methodological details and the discussion, in the subsequent sections.

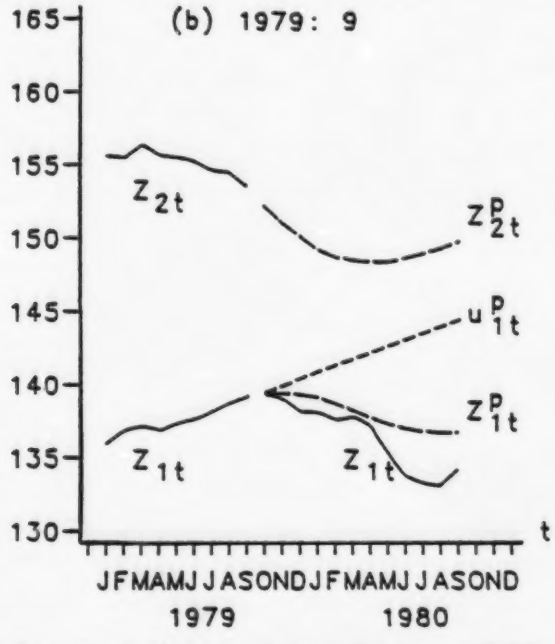
1. ILLUSTRATION OF THE RESULTS

Two bivariate ARIMA models were estimated for the Canadian Index of Industrial Production, a monthly coincident indicator, and the Canadian Composite Leading Indicator, a monthly leading indicator, for the interval January 1971 to December 1978. Both series are seasonally adjusted. (Statistics Canada does not publish any non-seasonally adjusted version of the leading indicator.) The first model involves the two series, which were first smoothed by an ARIMA-type filter. This model is a prototype of the kind of multivariate ARIMA model proposed in this paper and will be referred to as the bivariate ARIMA model with filtering. The second model is a standard bivariate ARIMA model (without filtering) involving the two non-filtered series. In both models, a change in the direction of the leading indicator exerts an impact on the coincident indicator four months later. The models will be fully described in Section 3.

1.1 Behaviour of the series - Before modelling data, it is always desirable to look at their plots carefully. The behaviours from January 1979 to November 1980 of the smoothed and non-smoothed Canadian Index of Industrial Production are







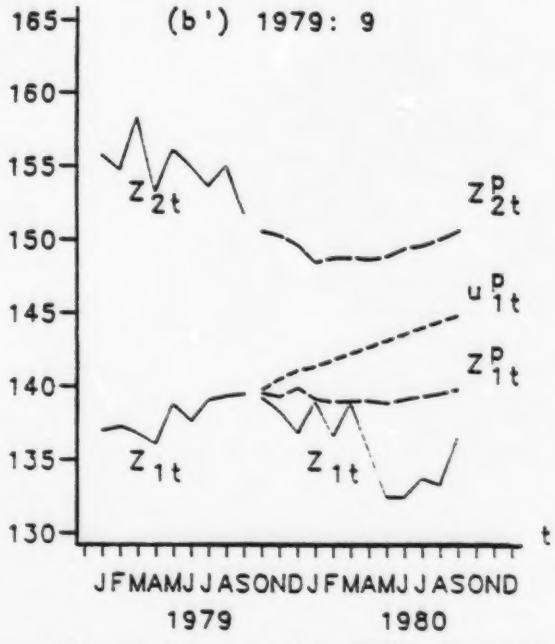


Figure 1 (a) à (d) prévision ARMMI avec filtrage et (a') à (d') prévision ARMMI sans filtrage, aux origines indiquées. z_{1t}: production industrielle observée; z^p_{1t}: prévisions bivariées de z_{1t}; u^p_{1t}: prévisions univariées de z_{1t}; z_{2t}: indicateur avancé observé; z^p_{2t}: prévisions bivariées de z_{2t}

Figure 1 (a) to (d) ARIMA forecasting with filtering and (a') to (d') ARIMA forecasting without filtering, at the origins indicated. z_{1t}: observed industrial production; z^p_{1t}: bivariate forecasts of z_{1t}; u^p_{1t}: univariate forecasts of z_{1t}; z_{2t}: observed leading indicator; z^p_{2t}: bivariate forecasts of z_{2t}

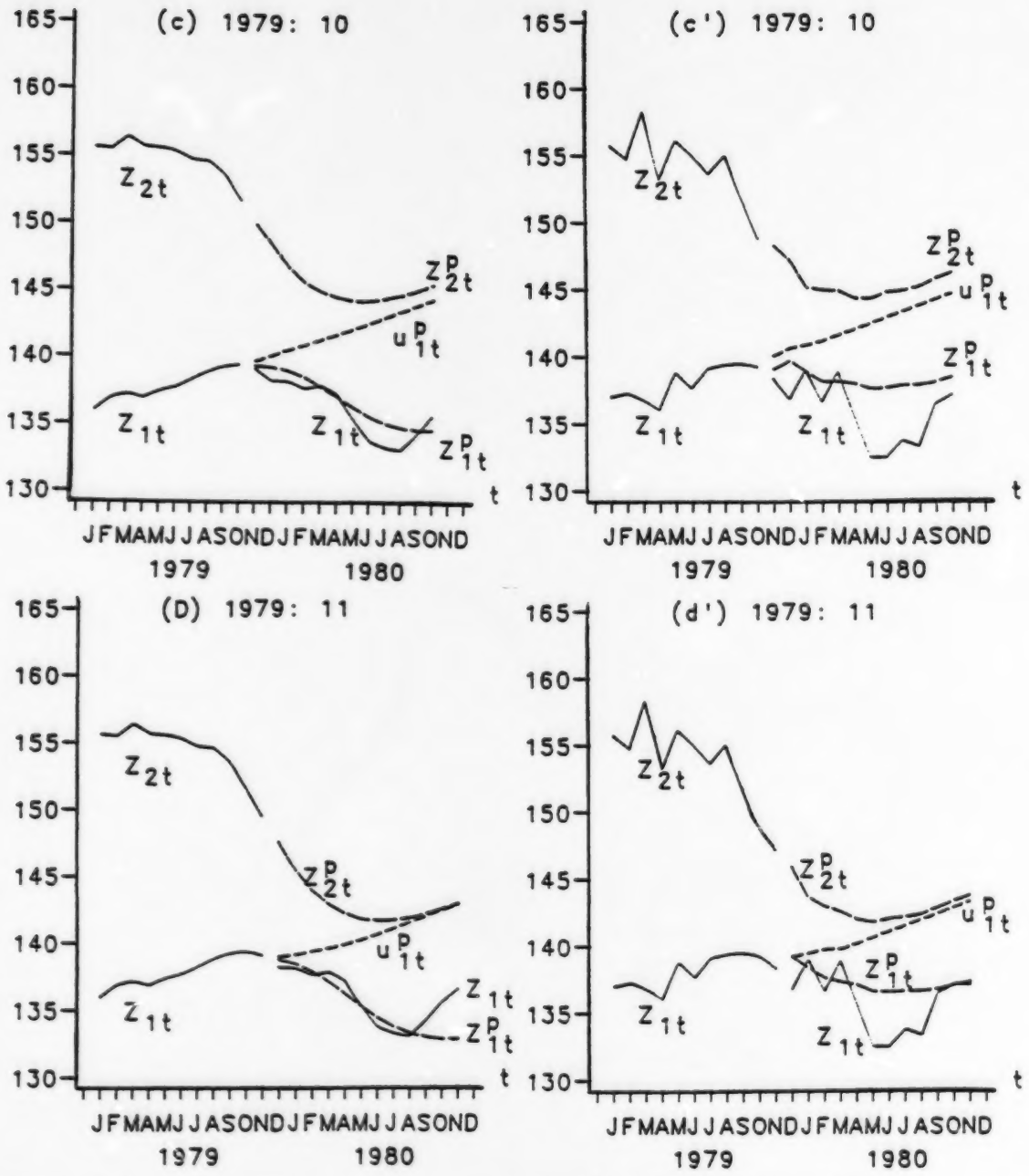


Figure 1 (suite)
z_{1t}: production industrielle observée; z^P_{1t}: prévisions bivariées de z_{1t}; u^P_{1t}: prévisions univariées de z_{1t}; z_{2t}: indicateur avancé observé; z^P_{2t}: prévisions bivariées de z_{2t}

Figure 1 (continuation)
z_{1t}: observed industrial production; z^P_{1t}: bivariate forecasts of z_{1t}; u^P_{1t}: univariate forecasts of z_{1t}; z_{2t}: observed leading indicator; z^P_{2t}: bivariate forecasts of z_{2t}

sent dans les figures 1 (d) et (d') respectivement. Dans les deux cas, la série commence à vraiment tomber en octobre 1979. Cependant dans les valeurs non filtrées, la chute est suivie (et précédée) de soubresaults momentanés, notamment entre décembre 1979 et janvier 1980 et entre février et mars 1980. Ces fluctuations erratiques sont de nature irrégulière, et aucun praticien sérieux des modèles ARMMI n'espérerait les prévoir. Par contre, ces fluctuations sont presque complètement éliminées de la production industrielle filtrée (figure 1 (d)).

On peut faire une analyse semblable pour l'Indicateur avancé composite du Canada. Les valeurs non lissées de la figure 1 (d') affichent des fluctuations temporaires erratiques évidentes, notamment entre février et mars, avril et mai ainsi qu'entre juillet et août 1979. Il s'agit de faux signaux susceptibles de perturber les prévisions de la production industrielle. Par contre, ils sont à peu près absents de l'indicateur avancé filtré de la figure 1 (d).

1.2 Prévision bivariée des séries - À l'aide de chaque modèle ARMMI bivarié, on produit une année de prévisions (dynamiques) zP_{1t} à partir d'août, de septembre, d'octobre et de novembre 1979. Les trajectoires de ces prévisions apparaissent dans les figures 1 (a) à (d) pour le modèle ARMMI bivarié avec filtrage et (a') à (d') pour le modèle ARMMI bivarié sans filtrage. Comme illustré par les figures (b') à (d') surtout, le faux signal de l'indicateur avancé non filtré entre août et septembre 1979 se traduit par un soubresault temporaire dans les prévisions de la production industrielle non filtrée entre novembre et décembre 1979 (4 mois plus tard). Puisqu'à ce moment la production industrielle observée est à la baisse, ce soubresault constitue une erreur de prévision directionnelle (et non seulement de taille).

depicted in Figures 1 (d) and (d') respectively. In both cases the series really starts dropping in October 1979. However in the non-smoothed values, the fall is followed (and preceded) by momentary surges, namely from December 1979 to January 1980 and from February to March 1980. These erratic fluctuations are irregular in nature, and no serious ARIMA model builder would hope to predict them. On the other hand, these fluctuations are almost completely eliminated from the smoothed industrial production (in Figure 1 (d)).

More or less the same analysis holds for the Canadian Composite Leading Indicator. The non-filtered values of Figure 1 (d') comprise obvious transient erratic fluctuations, namely from February to March, from April to May and from July to August 1979. These false signals are likely to disturb the forecasts of industrial production. On the other hand, they are almost absent from the filtered leading indicator of Figure 1 (d).

1.2 Bivariate forecasting of the series - One year of (dynamic) forecasts zP_{1t} are generated by each model when standing in August, September, October and November 1979. The time path of these forecasts are depicted in Figures 1 (a) to (d) for the bivariate ARIMA model with filtering and (a') to (d') for the bivariate ARIMA model without filtering. As seen in Figures 1 (b') to (d') especially, the false signal from August to September 1979 in the non-filtered leading indicator translates into a temporary upswing from November to December 1979 (4 months later) in the forecasts of the non-filtered industrial production. Since the observed industrial production is in fact declining at that time, this upswing constitutes an error in the direction (and not only in the size) of the forecasts.

Cette erreur directionnelle illustre la portée de la seconde hypothèse implicite aux modèles ARMMI sans filtrage. Selon cette hypothèse, la production, en l'occurence, devrait réagir à des changements temporaires de l'indicateur avancé. Les données observées indiquent qu'entre novembre et décembre 1979 elle n'a pas réagi à la hausse momentanée de l'indicateur avancée survenue entre août et septembre: la production continue à baisser. L'hypothèse est probablement erronnée. Dans la plupart des cas, la production ne peut être entreprise ou interrompue soudainement, puisque le processus de production et l'organisation des facteurs de production requièrent du temps et impliquent des contrats juridiques en vigueur pour plusieurs mois. Avec le modèle ARMMI avec filtrage, par contre, cette erreur directionnelle ne se produit pas comme en témoignent les figures 1 (a) à (d). Au contraire les prévisions de la production industrielle commencent à baisser graduellement après une baisse persistente et soutenue de l'indicateur avancé.

Les figures 1 (a') à (d') montrent également que le modèle ARMMI bivarié sans filtrage ne prévoit pas les fluctuations erratiques de la production industrielle non filtrée survenant entre décembre 1979 et janvier 1980 et entre février et mars 1980. Les erreurs de prévision correspondantes viennent gonfler l'erreur quadratique moyenne. En fait, toute statistique calculée à partir de pareilles erreurs tendra à dévaluer la performance prévisionnelle. Ceci illustre la portée de la première hypothèse implicite aux modèles ARMMI sans filtrage (et à plusieurs modèles économétriques). La manière dont on calcule les erreurs de prévision suppose qu'on veuille prévoir tous les mouvements - même erratiques - de la série.

Si vraiment on voulait prévoir ces fluctuations irrégulières de la production industrielle avec le modèle

This directional error illustrates the meaning of the second assumption implicit to the ARIMA models without filtering: According to that assumption, production, in this case, should react to transient changes in the leading indicator. The data observed indicate that between November and December 1979, production does not react to the temporary rise in the leading indicator which occured between August and September: production keeps on dropping. The assumption is probably wrong. In most cases, production cannot be started and interrupted suddenly, since the production process and the organization of production factors require time and involve legal contracts in force for several months. On the other hand, that directional error does not occur with the bivariate ARIMA model with filtering as seen in Figures 1 (a) to (d). On the contrary, the forecasts of industrial production start declining gradually, after a persistent and sustained decline in the leading indicator.

Figures 1 (a') to (d') also show that the bivariate ARIMA model without filtering does not predict the erratic fluctuations of the non-filtered industrial production which occur between December 1979 and January 1980 and between February and March 1980. The resulting forecasting errors increase the mean squared error. In fact any statistic computed from such errors will tend to understate the forecasting performance. This illustrates the implications of the first assumption implicit to ARIMA models without filtering (and to many econometric models). The manner in which the errors are calculated assumes that one aims at forecasting all the movements - including the erratic ones - of the series.

If one did attempt to predict these irregular fluctuations of industrial production with the bivar-

ARMMI bivarié sans filtrage, la présence d'irrégularité dans l'indicateur avancé viendrait saboter l'entreprise. En effet, et plus généralement parlant, les irréguliers de la variable dépendante sont rarement "causés" par ceux des variables explicatives. Incidemment comme illustré dans la figure 1 (c'), le modèle ARMMI bivarié sans filtrage prévoit un irrégulier positif dans la production industrielle de décembre 1979. Mais pas de chance (car c'est littéralement ce qu'il faut), les valeurs réalisées présentent un irrégulier négatif. Étant donné la nature habituellement imprévisible de la composante irrégulière des séries, une approche plus raisonable serait la suivante. D'abord prévoir la partie lisse de la variable dépendante, associée à sa tendance-cycle (et peut-être à sa saisonnalité), comme le fait le modèle ARMMI bivarié avec filtrage. Ensuite introduire les éléments aléatoires prévisibles de manière exogène ou subjective.

La surface entre les prévisions bivariées z^{P}_{1t} de la production industrielle et les valeurs réalisées z_{1t} reflète la précision des prévisions (et correspond exactement à la somme des erreurs absolues de prévision). Cette surface est plus faible dans les figures 1 (a) à (d) que (a') à (d'); c'est-à-dire pour le modèle ARMMI avec filtrage.

La figure 1 révèle aussi que le modèle ARMMI bivarié sans filtrage ne prévoit en quelque sorte pas la récession d'octobre 1979. Lorsque la prévision se fait à partir de septembre 1979, un mois avant la récession (fig. 1 (b')), ou à partir d'octobre, au moment de la récession (fig. (c'), et même à partir de novembre, un mois après le début de la récession (fig. (d')), les prévisions affichent toujours cette hausse entre novembre et décembre 1979. En outre, pour les deux premières origines ((b') et (c')), la pente moyenne des prévisions

iate ARIMA model without filtering, the presence of irregularity in the leading indicator would frustrate the objective. Indeed, and more generally speaking, the irregulars in the dependant variable will seldom be "caused" by those in the explanatory variables. As illustrated by Figure 1 (c') incidently, the bivariate ARIMA without filtering predicts a positive irregular for industrial production in December 1979. No luck (because that's literally what it takes): a negative irregular instead occurred in the realized values. Given the usually unpredictable nature of the irregular component of series, a more reasonable approach would be the following. First predict the smooth part of the dependant variable, associated with its trend-cycle component (and perhaps with its seasonal), as done by the bivariate ARIMA model with filtering. Then judgementally or exogenously insert the predictable irregular elements.

The forecasting accuracy of the models is reflected by the area between the forecasts z^{P}_{1t} of industrial production and the realized values z_{1t} (which precisely corresponds to the sum of the absolute forecasting errors). That area is lower in Figure 1 (a) to (d) than in (a') to (d'); that is for the ARIMA model with filtering.

Figure 1 also reveals that the bivariate ARIMA model without filtering does not predict the October 1979 recession. When forecasting from September 1979, one month before the recession (Fig. 1 (b')), or from October, the very month of the recession, as well as from November, one month after the start of the recession (Fig. (d')), the forecasts always display that rise between November and December 1979. Furthermore, for the first two origins ((b') and (c')), the average slope of the forecasts is almost nil in-

est presque nulle au lieu de négative. En revanche, le modèle ARMMI bivarié avec filtrage donne des prévisions à la baisse aux trois dernières origines prévisionnelles.

Enfin on trouve dans la figure 1 les prévisions ARMMI univariées u^{P}_{1t} obtenues en ajustant un modèle ARMMI à la production industrielle filtrée et non filtrée. À toutes les origines choisies, leur pente est positive, et elles ne prévoient de récession. On conclut que les deux modèles ARMMI bivariés donnent de meilleures prévisions qu'un modèle ARMMI univarié; et, que l'Indicateur avancé composite du Canada est utile pour la prévision économique.

2. ANALYSE DÉTAILLÉE DES RÉSULTATS

À l'évaluation qualitative de la dernière section fait maintenant suite une comparaison plus quantitative des performances prévisionnelles respectives des modèles ARMMI bivariés avec filtrage et sans filtrage. Une année de prévisions de l'Indice canadien de la production industrielle fut générée par chaque modèle à partir de douze origines prévisionnelles: décembre 1978, janvier 1979, février, jusqu'à novembre 1979. Pour les prévisions d'une période à l'avance, de deux périodes à l'avance, ainsi de suite, c'est-à-dire pour chacun des horizons de prévision pris séparément, on a ensuite calculé les erreurs pourcentuelles quadratiques moyennes de prévision. Les racines carrées de ces moyennes apparaissent au tableau 2.1.

2.1 comparaison des modèles bivariés - À l'horizon 1 par exemple, la racine de l'erreur pourcentuelle quadratique moyenne (REPQM) se lit 0.27% pour le modèle ARIMA bivarié avec filtrage contre 0.89% pour le modèle bivarié sans filtrage. En fait, pour tous les horizons, les REPQM du tableau 2.1 A s'avèrent plus faibles pour le modèle ARMMI bivarié avec filtrage que pour le modèle ARMMI bivarié sans filtrage, ce qui indique une plus grande précision des prévisions avec filtrage.

stead of negative. The ARIMA model with filtering on the other hand, yields declining forecasts at the three last forecasting origins.

Finally, Figure 1 also displays the univariate ARIMA forecasts u^{P}_{1t} obtained by fitting an ARIMA model to the filtered and non-filtered industrial productions. At all the time origins selected their slope is positive, and they do not in any way predict the recession. One concludes that both bivariate ARIMA models yield better forecasts than a univariate ARIMA model; and that the Canadian Composite Leading Indicator is useful for economic forecasting.

2. DETAILED ANALYSIS OF THE RESULTS

The qualitative assessment of the last section is now followed by a more quantitative comparison of the respective forecasting performances of the bivariate ARIMA models with filtering and without filtering. One year of forecasts of the Canadian Index of Industrial Production were generated by each model at twelve forecasting origins: December 1978, January 1979, February, up to November 1979. The mean percentage quadratic forecasting errors were calculated for the one-step ahead forecasts, the two-step ahead forecasts, and so forth, that is for each forecasting horizon considered separately. The square root of these averages are shown in Table 2.1.

2.1 Comparison of the bivariate models - At horizon 1 for instance, the root mean squared percentage error (RMSPE) reads 0.27% for the bivariate ARIMA model against 0.89% for the bivariate model without filtering. Actually, for all horizons the RMSPE of Table 2.1 A are smaller with the ARIMA model with filtering than with the ARIMA model without filtering, which indicates a greater accuracy of the forecasts with filtering.

Tableau 2.1 **A** : Racines des erreurs pourcentuelles quadratiques moyennes (REPQM) et statistiques de Theil et de Cicarelli enregistrées par le modèle ARMMI bivarié avec filtrage (filt.) et par le modèle ARMMI bivarié sans filtrage (stan.) lors de la prévision de la production industrielle;

Tableau 2.1 **B** : Mêmes statistiques pour les modèles univariés correspondants

Table 2.1 **A** : Root mean squared percentage errors (RMSPE) and Theil and Cicarelli statistics recorded by the bivariate ARIMA with filtering (filt.) and by the bivariate ARIMA model without filtering (stan.) in forecasting industrial production;

Table 2.1 **B** : Same statistics for the corresponding univariate models

	A : bivarié / bivariate						**B : univariate / univarié**					
horizon	REPQM/RMSPE		Theil %		Cicarelli %		RMSPE/REPQM		Theil %		Cicarelli %	
	filt.	stan.	filt.	stan.	filt.	stan.	filt.	stan.	filt.	stan.	filt.	stan.
1	0.27	0.89	31	113	83	58	0.35	1.03	52	152	75	42
2	0.51	0.99	43	112	75	58	0.70	1.30	82	191	58	58
3	0.72	1.04	56	85	92	58	1.09	1.68	130	220	75	58
4	0.87	1.23	66	89	92	75	1.46	1.94	186	220	67	58
5	0.90	1.02	51	49	83	92	1.76	2.11	197	208	58	58
6	0.88	1.60	33	69	83	75	2.21	2.96	207	234	58	42
7	0.89	1.90	21	59	83	83	2.86	3.74	209	227	58	50
8	1.10	2.51	22	92	75	83	3.56	4.34	224	273	50	50
9	1.67	3.27	39	120	83	67	4.30	5.09	254	291	58	42
10	2.16	3.46	60	144	75	67	4.89	5.44	304	357	50	42
11	2.72	3.99	100	200	67	42	5.34	5.76	383	419	42	25
12	3.19	4.22	155	247	67	42	5.69	6.01	494	508	42	25

Le tableau 2.1 A consigne aussi les coëfficients de Theil (1966, ch. 2.4) enregistrés pour chaque modèle. Les valeurs de cette statistique supérieures à 100 % signifient que les erreurs quadratiques moyennes de prévision du modèle considéré sont plus grandes que celles qu'on obtiendrait en répétant la dernière observation en guise de prévision ($z^{p}_{t+1} = z_t$. Cette répétition correspond en fait au modèle ARMMI univarié naïf de la promenade aléatoire (0,1,0)). En d'autres mots, on ne devrait même pas se préoccuper de construire un modèle. Les valeurs inférieures à 100% indiquent qu'il vaut mieux utiliser le modèle que la répétition. Par exemples, en utilisant le modèle ARMMI bivarié avec filtrage, l'erreur quadratique moyenne de prévision de la production industrielle à l'horizon 1 est 31 % de celle de la répétition naïve; avec le mo-

Table 2.1 A also displays the coefficients of Theil (1966, Ch. 2.4) scored by each model. Values of that statistic above 100% indicate that the mean squared forecasting errors of the model considered are greater than those which would occur from repeating the last observation as the forecast ($z^{p}_{t+1} = z_t$. That repetition actually corresponds to the naive univariate random walk ARIMA model (0,1,0)). In other words, one should not even bother about building a model. Values under 100% mean that one is better off with the model than with the repetition. For instance when using the bivariate ARIMA model with filtering, the horizon-1 average quadratic forecasting error is 31% of that of the naive repetition model; when using the model without filtering, on the other hand, the

dèle sans filtrage, par contre, l'erreur est 13 % plus grande. Les coefficients de Theil du tableau 2.1 A tendent à être plus faible pour le modèle ARMMI bivarié avec filtrage que pour le modèle sans filtrage pour tous les horizons. On observe en outre que la précision des prévisions du modèle ARMMI bivarié sans filtrage est pire que celle de prévisions naïves aux horizons 1 et 2.

Le coëfficient de Theil prend en considération et le signe et la taille des changements prévus (par rapport à la dernière observation) de la série. La probabilité de Cicarelli (1982), en revanche, tient seulement compte du signe des changements prévus. Cette statistique équivaut à la proportion des changements prévus qui vont dans la bonne direction. Selon ce critère, on juge un modèle digne d'utilisation si la probabilité (a posteriori) de Cicarelli de prévoir dans la bonne direction est supérieure à 50 %. Sinon, il vaut mieux s'en remettre au pile ou face pour prédire la direction des prévisions.

Selon le tableau 2.1 A, l'emploi du modèle ARMMI bivarié avec filtrage s'avère préférable au pile ou face pour les douze horizons. Cela est surtout vrai des horizons 1 à 9, pour lesquels l'amélioration par rapport au pile ou face s'avère substantielle. Par exemple, les changements prévus aux horizons 3 et 4 ont la bonne direction 92 % du temps (11 fois sur 12). On ne peut en dire autant du modèle ARMMI bivarié sans filtrage. Ce modèle prévoit mieux que la pièce de monnaie aux horizons 1 à 10, mais seulement de manière très métigée dans plusieurs cas. La probabilité de 58 % (7/12) enregistrée aux horizons 1 à 3 est en effet décevante.

2.2 comparaison des modèles bivariés et univariés - Il est également instructif de comparer les performances de chaque modèle ARMMI bivarié au

error is 13% higher. For all horizons, the Theil coefficients in Table 2.1 A tend to be much smaller for the bivariate ARIMA model with filtering than for the model without filtering. Furthermore, it can be observed that the forecasting accuracy of the bivariate ARIMA model without filtering is worse than that of the naive model for horizons 1 and 2.

The Theil coefficient takes into account both the sign and the size of the predicted changes (with respect to the last observation) of the series. The probability of Cicarelli (1982), on the other hand, only takes the sign of the predicted changes into consideration. This statistic amounts to the proportion of the predicted changes which have the right direction. According to that criterion, a model is worth using if the (ex-post) probability of Cicarelli of predicting in the right direction is higher than 50%. If not, one is better off to predict the direction of the forecasts by tossing a coin.

According to Table 2.1 A, the bivariate ARIMA model with filtering out-performs the coin for the twelve horizons. This is especially true for horizons 1 to 9, where the improvement over the coin proves substantial. For instance, the changes predicted for horizon 3 and 4 had the right direction 92% of the times (11 out of 12 times). The same cannot be said of the bivariate ARIMA model without filtering. This model out-performs the coin for horizons 1 to 10, but only slightly in some case. The 58% (7/12) probability recorded for horizons 1 to 3 is indeed disappointing.

2.2 Comparison of bivariate with univariate models - It is also informative to compare the performance of each bivariate ARIMA model to

modèle ARMMI univarié correspondant de la production industrielle. À cette fin, on a calculé les statistiques du tableau 2.1 A pour les prévisions des modèles ARMMI univariés avec et sans filtrage. Toutes ces statistiques consignées dans le tableau 2.1 B indiquent qu'on obtient généralement de meilleures prévisions avec les modèles bivariés qu'avec les modèles univariés. Ceci signifie que l'Indicateur avancé composite du Canada est utile pour la prévision. Pour les horizons 2 et 3 cependant, les probabilités de Cicarelli du modèle ARMMI bivarié sans filtrage (58 et 58%) sont égales à celles du modèle ARMMI univarié sans filtrage. Par conséquent, on devrait préférer le modèle univarié, plus simple, pour prévoir les changements directionnels aux horizons 2 et 3 de la production industrielle non filtrée.

2.3 Effet du filtrage sur les modèles univariés - Les statistiques univariées du tableau 2.1 B présentent aussi un certain intérêt en soi (en isolation des statistiques bivariées). La comparaison des statistiques relatives au modèle ARMMI univarié avec filtrage avec celles du modèle univarié sans filtrage met clairement en évidence l'utilité du filtrage pour les modèles univariés. Les racines des erreurs pourcentuelles quadratiques moyennes ainsi que les coëfficients de Theil deviennent plus petits (qu'en absence de filtrage); et les probabilités de Cicarelli de prévoir dans la bonne direction, plus élevées. De plus, selon les coëfficients de Theil à tous les horizons, on devrait préférer le modèle de la promenade aléatoire (répétition) au modèle ARMMI univarié sans filtrage pour prévoir le signe et la taille des changements dans la production industrielle non filtrée. Et selon la probabilité de Cicarelli, il vaudrait mieux (ou presqu'aussi bien) s'en remettre au pile ou face pour prévoir la direction de la série non filtrée.

its corresponding univariate ARIMA model for industrial production. For that purpose, the statistics of Table 2.1 A were calculated for the forecasts of the univariate models with and without filtering. All the three statistics compiled in Table 2.1 B indicate better forecasts are generally obtained with bivariate models than with the univariate models. This means the Canadian Composite Leading Indicator is useful in forecasting. For horizon 2 and 3 however, the Cicarelli probability of the bivariate ARIMA model without filtering (58 and 58%) are equal to those of the the univariate ARIMA model without filtering. One should then prefer the - simpler - univariate model to forecast the horizon-2 and -3 directional changes of the non-filtered industrial production.

2.3 Effect of filtering on the univariate models - The univariate statistics of Table 2.1 B are also interesting per se (in isolation of the bivariate statistics). Comparing the statistics for the univariate ARIMA model with filtering to those of the univariate model without filtering clearly emphasizes the usefulness of filtering for univariate models. The root mean squared percentage errors as well as the Theil coefficients become lower (than without filtering); and the probabilities of Cicarelli of predicting in the right direction, higher. Furthermore, according to the Theil coefficients at all horizons, one should prefer the random walk (repetition) model to the univariate ARIMA model without filtering in order to predict the sign and the size of the changes in the non-filtered industrial production. And the Cicarelli probability suggest tossing the coin as the better (or almost as good) way to forecast the direction of the non-filtered series.

3. MODÈLES ARMMI SANS FILTRAGE

Les modèles ARMMI univariés et bivariés sans filtrage établis pour l'Indice canadien de la production industrielle et pour l'Indice avancé composite du Canada font l'objet de la présente section.

3.1 les modèles univariés sans filtrage - La série de l'Indice canadien de la production industrielle couvre la période 1971 (=100%) à 1983. Il existe des données antérieures à 1971, mais l'année de base est différente de même que la classification industrielle en vigueur. Puisqu'en réalité les instituts de statistique produisent des séries de plus en plus courtes, nous avons finalement préféré ne pas chercher à contourner artificiellement le problème et procéder avec les séries courtes. Par conséquent tous les modèles ARMMI de ce travail furent identifiés et estimés sur l'intervalle 1971-78, à l'aide du logiciel SCA (Liu, Hudak et al., 1985). Les années ultérieures ont servi à l'évaluation des prévisions.

Les modèles ARMMI univariés sans filtrage établis pour la production industrielle z_{1t} et l'indicateur avancé z_{2t} sont:

$$(3.1)\quad (1-B)\, z_{1t} = \underset{(.153)}{.445} + (1 - \underset{(.101)}{.179}B + \underset{(.102)}{.250}B^4)\, a_{1t}, \qquad \begin{matrix} Q(12)=10.8 \\ var(a_{1t})=1.971 \end{matrix} \qquad (3.1)$$

$$(3.2)\quad (1-B)\,(1 - \underset{(.102)}{.138}B - \underset{(.102)}{.264}B^2 - \underset{(.090)}{.331}B^3 - \underset{(.106)}{.158}B^4 + \underset{(.106)}{.247}B^5)\, z_{2t} = \underset{(.183)}{.205} + a_{2t}, \qquad \begin{matrix} Q(12)=3.9 \\ var(a_{2t})=2.451 \end{matrix} \qquad (3.2)$$

où $B^k z_t$ égale z_{t-k} et où les chiffres entre parenthèses désignent les écarts-types des paramètres. Les statistique cumulatives Q de Ljung et Box (1978) calculées à partir des résidus de ces deux modèles sont respectivement égales à 10.8 et 3.9 au décalage 12. Statistiquement on ne peut donc pas distinguer ces résidus de processus aléatoires (valeur critique tabulée à 5%: 21.0). Le modèle (3.1) de

3. ARIMA MODELS WITHOUT FILTERING

This section presents the univariate and bivariate ARIMA models without filtering derived for the Canadian Index of Industrial Production and for the Canadian Composite Leading Indicator.

3.1 Univariate ARIMA models without filtering - The Canadian Index of Industrial Production series ranges from 1971 (=100%) to 1983. Data are available prior to 1971, but the base-year is different and so is the industrial classification used. Since the time series produced by statistical agencies are becoming shorter all the time, we ultimately preferred not to try to artificially circumvent the problem and to go ahead with short series. All the ARIMA models in this paper were then identified and estimated over the interval 1971-78, with the SCA software (Liu, Hudak et al., 1985). Subsequent years were used to assess the forecasts.

The univariate ARIMA models without filtering found for industrial production z_{1t} and for the leading indicator z_{2t} are:

where $B^k z_t$ equals z_{t-k} and where the bracketed numbers are the standard deviations of the parameters. The cumulative lag-12 Ljung-Box (1978) statistics calculated on the residuals of those two models are equal to 10.8 and 3.9 respectively. Consequently these residuals cannot be statistically distinguished from white noise processes (critical 5% book value: 21.0). Model (3.1) for

la production industrielle est celui qui a servi à produire les prévisions ARMMI univariées sans filtrage u^P_{1t} illustrées dans les figures 1 (a') à (d'). Le modèle (3.2) de l'indicateur avancé sert seulement à faciliter la spécification du modèle ARMMI bivarié sans filtrage.

3.2 modèle ARMMI bivariés sans filtrage - Une fois connus les modèles ARMMI univariés d'une paire (ou de plusieurs) séries, la ré-estimation conjointe des modèles univariés dans le cadre bivarié (ou multivarié) constitue un moyen très rapide et efficace de trouver un modèle bivarié (ou multivarié). Les éléments diagonaux des matrices de paramètres des modèles ARMMI bivariés ont trait aux auto-relations univariées de chaque série; et les éléments non diagonaux, aux inter-relations entre les séries. La ré-estimation conjointe des modèles univariés consiste simplement à spécifier les paramètres univariés disponibles dans les éléments diagonaux appropriés; à confiner les autres paramètres à zéro; et à estimer ce modèle pseudo-bivarié:

industrial production is the one which was used to generate the univariate ARIMA forecasts without filtering u^P_{1t} displayed in Figures 1 (a') to (d'). The model (3.2) for the leading indicator is used only to facilitate the specification of the bivariate ARIMA model without filtering.

3.2 Bivariate ARIMA models without filtering - Once the univariate models of a pair (or more) series are available, a very fast and effective way to find a bivariate (or multivariate) model is through joint re-estimation of the univariate models within the bivariate (multivariate) framework. The diagonal elements of the parameter matrices of a bivariate model correspond to the univariate auto-relationships of each series; and the non-diagonal elements, to the inter-relationships between series. The joint re-estimation of the univariate models simply consists of specifying the already available univariate parameters in the appropriate diagonal elements; of constraining the other parameters to zero; and of estimating this pseudo-bivariate model:

$$(3.3)\qquad \begin{bmatrix} f_{11}(B) & 0 \\ 0 & f_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-B)^{d_1} z_{1t} \\ (1-B)^{d_2} z_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{11}(B) & 0 \\ 0 & h_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \qquad (3.3)$$

où en l'occurence $h_{11}(B)$ correspond au polynôme de moyenne mobile de la production industrielle z_{1t} de l'équation (3.1), $f_{22}(B)$ correspond au polynôme autorégressif de l'indicateur avancé z_{2t} de l'équation (3.2), $f_{11}(B)$ et $h_{22}(B)$ valent 1 et d_1 et d_2 égalent 1. On examine ensuite les résidus de cette ré-estimation conjointe pour trouver des inter-relations possible entre les séries.

Cette façon d'identifier les relations entre séries équivaut à celle du double préblanchiment de Haugh et Box

where in this particular case $h_{11}(B)$ corresponds to the moving average polynomial of industrial production z_{1t} in equation (3.1), $f_{22}(B)$ corresponds to the autoregressive polynomial of the leading indicator z_{2t} in equation (3.2), $f_{11}(B)$ and $h_{22}(B)$ equal 1 and d_1 and d_2 equal 1. The residuals of this joint re-estimation are then examined for possible inter-relationships between series.

This manner of identifying relationships between series is similar to that of double pre-whitening by

(1977), sauf qu'elle permet des relations contemporaines des résidus (dans $\underline{S}$). L'estimation conjointe est aussi une application des moindres carrés conjoints de Theil (1971, ch. 7.1) qui pourrait améliorer les modèles univariés.

L'étape suivante consiste à spécifier les paramètres d'inter-relation pressentis et d'estimer un modèle ARMMI devenu authentiquement multivarié. On procède ensuite à des raffinements du modèle. Le modèle ARMMI bivarié sans filtrage final pour la production industrielle z_{1t} et l'indicateur avancé z_{2t} est le suivant:

Haugh and Box (1977), except contemporeous residual relationships are allowed (in $\underline{S}$). The joint re-estimation is also an application of joint least squares by Theil (1971, Ch. 7.1), which could improve the univariate models.

The next step consists of specifying the anticipated inter-relationship parameters and of estimating the now truly multivariate ARIMA model. Refinements of the models are then undertaken. The final bivariate ARIMA model without filtering found for industrial production z_{1t} and the leading indicator z_{2t} is the following:

$$\left[\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} - B\begin{bmatrix}.000 & .000\\ .000 & .138\end{bmatrix} - B^2\begin{bmatrix}.000 & .000\\ .000 & .264\end{bmatrix} - B^3\begin{bmatrix}.000 & .000\\ .000 & .331\end{bmatrix}\right.$$

$$\left. - B^4\begin{bmatrix}.000 & .320\\ & (.056)\\ .000 & .158\end{bmatrix} - B^5\begin{bmatrix}.000 & .000\\ .000 & -.247\end{bmatrix}\right]\begin{bmatrix}(1-B)\,z_{1t}\\ (1-B)\,z_{2t}\end{bmatrix} \qquad (3.4)$$

$$= \begin{bmatrix}.207\\ (.107)\\ .205\\ (.165)\end{bmatrix} + \left[\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} - B^1\begin{bmatrix}.294 & .000\\ (.093) & \\ .000 & .000\end{bmatrix}\right]\begin{bmatrix}a_{1t}\\ a_{2t}\end{bmatrix}, \quad \underline{S} = \begin{bmatrix}1.818 & 1.002\\ 1.002 & 2.451\end{bmatrix}$$

où la matrice $\underline{S}$ contient les covariances contemporaines des résidus et où les chiffres entre parenthèses sont les écarts-types estimés des paramètres. Les paramètres non accompagnés d'écarts-type n'ont en fait pas été ré-estimés. Idéalement, on devrait réestimer tous les paramètres. Mais pour des raisons techniques expliquées plus bas (et ayant trait à l'incorporation du filtrage), les paramètres univariés de l'indicateur avancé ont été gardés égaux à leur estimation univariée de l'équation (3.2).

where matrix $\underline{S}$ contains the contemporaneous residual covariances and where the figures between brackets are the estimated standard deviations of the parameters. The parameters not accompanied by any standard deviation were in fact not re-estimated. Ideally, all parameters should be re-estimated, however for technical reasons explained below (having to do with the introduction of filtering), the univariate parameters of the leading indicator were kept equal to their univariate estimates of equation (3.2).

Tableau 3.1: Corrélations croisées des résidus du modèle ARMMI bivarié sans filtrage représentées par les symboles de signification

Table 3.1: Cross-correlations of the residuals of the bivariate ARIMA model without filtering in terms of significance indicator symbols

lag:	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		Ljung-Box
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	$Q_{11}(12)= 7.6$
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	-	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	$Q_{22}(12)= 3.9$

Les corrélations croisées des résidus représentées dans le tableau 3.1 sont compatibles avec l'hypothèse d'indépendance. La corrélation de rétroaction négative au décalage 6 n'est que marginalement significative.

Selon le modèle (3.4), 32 pour cent de tout changement - persistent ou non - de l'Indicateur avancé composite du Canada se fera sentir dans l'Indice de la production industrielle 4 mois plus tard.

The residual cross-correlations represented in Table 3.1 are compatible with the assumption of independence. The negative feedback correlation at lag 6 is only marginally significant.

According to model (3.4), 32 percent of any change - whether persistent or not - in the Canadian Composite Leading Indicator will be felt in the Index of Industrial Production 4 months later.

4. MODÈLES ARMMI UNIVARIÉS AVEC FILTRAGE

La présente section montre comment on peut facilement utiliser le modèle ARMMI d'une série non-filtrée pour la série filtrée, si le filtre choisi est du type ARMMI. Soit une série non filtrée z_t qui se comporte comme un processus ARMMI

4. UNIVARIATE ARIMA MODELS WITH FILTERING

This Section shows how a univariate ARIMA model of a non-filtered series can easily be used for the filtered series, if an ARIMA-type filter is chosen. Let a non-filtered series z_t behave according to a ARIMA process

$$f(B)\,(1-B)^d\,z_t = h(B)\,a_t \qquad (4.1)$$

ou bien / or

$$z_t = [\,h(B) / f(B)\,(1-B)^d]\,a_t, \qquad (4.1')$$

où $f(B) = (1-f_1B-\ldots-f_pB^p)$ et $h(B) = (1-h_1B-\ldots-h_qB^q)$ sont respectivement les polynômes autorégressif d'ordre p et de moyenne mobile d'ordre q. On a aussi un filtre de type ARMMI selon lequel une somme pondérée des valeurs filtrées présente et passées $(n_0-n_1B-\ldots)\,z^s{}_t$ égale une somme semblable des valeurs observées $(m_0-m_1B-\ldots)\,z_t$:

where $f(B) = (1-f_1B-\ldots-f_pB^p)$ and $h(B) = (1-h_1B-\ldots-h_qB^q)$ are respectively the autoregressive polynomial of order p and the moving average polynomial of order q. Also consider an ARIMA-type filter which sets a weighted sum of the present and past filtered values $(n_0-n_1B-\ldots)\,z^s{}_t$ equal to a similar sum of the observed values $(m_0-m_1B-\ldots)\,z_t$:

(4.2) $$n(B)\, z^s_t = m(B)\, z_t \qquad (4.2)$$

ou bien

or

(4.2') $$z^s_t = [m(B) / n(B)]\, z_t. \qquad (4.2')$$

La question est la suivante. Étant donnés le modèle ARMMI de la série non filtrée z_t et le filtre $\underline{m}(B)/\underline{n}(B)$ connu, quel est le modèle de la série filtrée z^s_t? La substitution de (4.1') dans (4.2') donne la réponse

The question is the following. Given the ARIMA model of the non-filtered series z_t and the known filter $\underline{m}(B)/\underline{n}(B)$, what is the model of the filtered series z^s_t? Substituting (4.1') into (4.2') yields the answer

(4.3) $$z^s_t = [\underline{m}(B)\, h(B) / \underline{n}(B)\, f(B)\, (1-B)^d]\, a_t \qquad (4.3)$$

ou bien

or

(4.3') $$f^s(B)\, (1-B)^d\, z^s_t = h^s(B)\, a_t, \qquad (4.3')$$

où les polynômes soulignés sont connus. On peut vérifier empiriquement le résultat (4.3), en ré-estimant le modèle à partir de la série filtré. On obtient alors les mêmes valeurs de paramètres $f_1, \ldots, f_p, h_1, \ldots, h_q$ qu'à partir de la série originale, à condition de spécifier les paramètres $m_0, m_1, \ldots, n_0, n_1, \ldots$ du filtre, de les mettre en évidence (dans un polynôme) et de les confiner à leur valeur connue utilisée lors du filtrage. (Ces choses sont sont techniquement possibles avec le logiciel utilisé.)

where the underscored polynomials are known. One can empirically prove result (4.3) by estimating the model from the filtered data. The parameter values $f_1, \ldots, f_p, h_1, \ldots, h_q$ estimated are then exactly the same as those found from the original series, provided the parameters $m_0, m_1, \ldots, n_0, n_1, \ldots$ of the filter are specified, factorized (in a polynomial) and constrained to their known values used in the filtering. (These things are possible with the software used.)

Le modèle de la série non-filtrée reste exploitable pour la série filtrée, parce que l'équation (4.3) défiltre implicitement la série filtrée. En effet, on peut récrire l'équation (4.3) de la manière suivante

The model for the non-filtered series remains usable for the filtered series, because equation (4.3) implicitly defilters the filtered series. Indeed equation (4.3) can be written as

(4.3") $$[\underline{n}(B) / \underline{m}(B)]\, z^s_t = [h(B) / f(B)\, (1-B)^d)]\, a_t \equiv z_t \qquad (4.3")$$

ce qui est identiquement égal à la série non filtrée z_t grâce à (4.1').

which is identically equal to the non-filtered series z_t through (4.1').

Dans ce travail, on a choisi le filtre "A" de Rhoades (1980), parce qu'il s'agit d'un filtre de type ARMMI, parcimonieux, et conçu pour le lissage:

$$m(B) / n(B) = .341 / (1 - 1.000B + .341B^2). \qquad (4.4)$$

Cependant, la généralité de l'équation (4.2) permet une grande variété de filtres adaptés aux différentes situations.

On conclut que les modèles ARMMI univariés avec filtrage suivis par l'Indice canadien de la production industrielle z^s_{1t} et l'Indicateur avancé composite du Canada z^s_{2t}, filtrés selon la méthode de Rhoades, sont repectivement:

$$(1 - 1.000B + .341B^2)\ (1-B)\ z^s_{1t} =$$

$$.341*.445 + (1 - .179B + .250B^4)\ .341a_{1t} \qquad (4.5)$$

$$= .152 + (1 - .179B + .250B^4)\ a^s_{1t} \qquad Q(12)=10.8$$
$$\text{var}(a^s_{1t})=.234$$

$$(1 - 1.000B + .341B^2)$$

$$(1 - .138B - .264B^2 - .331B^3 - .158B^4 + .247B^5)\ (1-B)\ z^s_{2t}$$

$$= .341*.205 + .341a_{2t}, \qquad (4.6)$$

ou bien

or

$$(1 - 1.138B + .215B^2 - .114B^3 + .083B^4 + .292B^5 - .301B^6$$
$$+ .084B^7)\ (1-B)\ z^s_{2t} = 0.070 + a^s_{2t}, \qquad (4.6')$$
$$Q(12)=3.9$$
$$\text{var}(a^s_{2t})=.283$$

Le modèle (4.5) de la production industrielle a généré les prévisions ARMMI univariées avec filtrage u^p_{1t} des figures 1 (a) à (d). Le modèle (4.6') de l'indicateur avancé aide surtout à l'identification du modèle ARMMI bivarié avec filtrage.

In this paper, filter "A" of Rhoades (1980) was chosen, because it is a parsimonious, ARIMA-type filter, designed for smoothing:

(4.4)

$$m(B) / n(B) = .341 / (1 - 1.000B + .341B^2). \qquad (4.4)$$

However, the generality of (4.2) allows for a wide variety of filters adapted to the different applications.

One concludes that the univariate ARIMA models with filtering followed by the Canadian Index of Industrial Production z^s_{1t} and by the Canadian Composite Leading Indicator z^s_{2t}, filtered by the method of Rhoades, are respectively:

Model (4.5) for industrial production generated the univariate ARIMA forecasts with filtering u^p_{1t} of Figures 1 (a) to (d). Model (4.6') for the leading indicator simply helps in identifying the bivariate ARIMA model with filtering.

5. MODÈLE ARMMI BIVARIÉ AVEC FILTRAGE

Afin de trouver les relations entre l'Indice canadien de la production industrielle filtré et l'Indicateur composite avancé du Canada filtré, on recourt à la ré-estimation conjointe des modèles ARMMI univariés avec filtrage. On spécifie un modèle pseudo-bivarié où tous les paramètres sont confinés à zéro, sauf ceux des éléments diagonaux appropriés correspondant aux paramètres ARMMI univariés avec filtrage et les paramètres du filtre qui sont confinés à leur valeur connue:

$$\begin{bmatrix} \underline{n}_{11}(B)f_{11}(B) & 0 \\ 0 & \underline{n}_{22}(B)f_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-B)^{d_1} z^s_{1t} \\ (1-B)^{d_2} z^s_{2t} \end{bmatrix} = \tag{5.1}$$

$$\begin{bmatrix} c^s_1 \\ c^s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{m}_{11}(B)h_{11}(B) & 0 \\ 0 & \underline{m}_{22}(B)h_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a}_{1t} \\ \underline{a}_{2t} \end{bmatrix}$$

où dans le cas particulier $h_{11}(B)$ correspond au polynôme de moyenne mobile de l'équation (4.5), $f_{22}(B)$ correspond au polynôme autorégressif de l'équation (4.6), $\underline{n}_{11}(B)$ et $\underline{n}_{22}(B)$ égalent $(1-B+.341B^2)$, $\underline{m}_{11}(B)$ et $\underline{m}_{22}(B)$ égalent .341 et $f_{11}(B)$ et $h_{22}(B)$ sont confinés à un.

Les résidus la ré-estimation conjointe (5.1) sont ensuite examinés pour détecter les relations possibles entre séries Cet examen suggère un paramètre autorégressif de décalage 4 f_{412} comme pour le modèle ARMMI bivarié sans filtrage. Ceci n'est pas surprenant puisque un filtrage commun aux deux séries (de résidus) n'affecte pas la structure de décalages entre elles. Cette structure aurait pu être modifiée si le filtrage avait été différent pour chaque série.

5. BIVARIATE ARIMA MODEL WITH FILTERING

The relationships between the filtered Canadian Index of Industrial Production and the filtered Canadian Composite Leading Indicator are investigated through the joint re-estimation of the univariate ARIMA models with filtering. A pseudo-bivariate model is specified with all its parameters constrained to zero, except for the appropriate diagonal elements which correspond to the univariate ARIMA parameters with filtering and for the filter parameters which are constrained to their known values:

where in this particular case, $h_{11}(B)$ correspond to the moving average polynomial of equation (4.5), $f_{22}(B)$ corresponds to the autoregressive polynomial of equation (4.6), $\underline{n}_{11}(B)$ and $\underline{n}_{22}(B)$ equal $(1-B+.341B^2)$, $\underline{m}_{11}(B)$ and $\underline{m}_{22}(B)$ equal .341 and $f_{11}(B)$ and $h_{22}(B)$ are constrained to one.

The residuals of the joint re-estimation (5.1) are scrutinized for potential relationships between series. This examination suggests a lag-4 autoregressive parameter f_{412} as for the bivariate ARIMA model without filtering. This is not surprising since common filtering of both (residual) series does not affect the lag structure between them. With different filters for each series, the lag structure could have been altered.

L'estimation d'un modèle authentiquement bivarié est entreprise avec le f_{412}. Le modèle général à estimer est:

$$\begin{bmatrix} \underline{n}_{11}(B)f_{11}(B) & f_{12}(B) \\ f_{21}(B) & \underline{n}_{22}(B)f_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-B)^{d_1} z^s_{1t} \\ (1-B)^{d_2} z^s_{2t} \end{bmatrix} = \tag{5.2}$$

$$\begin{bmatrix} c^s_1 \\ c^s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{m}_{11}(B)h_{11}(B) & h_{12}(B) \\ h_{21}(B) & \underline{m}_{22}(B)h_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix}.$$

où dans le cas considéré $\underline{n}_{ii}(B)$, $\underline{m}_{ii}(B)$, $f_{ii}(B)$ et $h_{ii}(B)$ sont comme dans (5.1) et $f_{21}(B) = h_{12}(B) = h_{21}(B) = 0$ et $f_{12}(B) = f_{412}B^4$. En fait pour des raisons techniques expliquées en appendice, il a fallu estimer le modèle suivant qui confine les paramètres autorégressifs de l'indicateur avancé à leur valeur univariée:

A truly bivariate model estimation is attempted with f_{412}. The general model to be estimated is:

(5.2)

where in the case considered $\underline{n}_{ii}(B)$, $\underline{m}_{ii}(B)$ $f_{ii}(B)$ and $h_{ii}(B)$ are as in (5.1) and where $f_{21}(B) = h_{12}(B) = h_{21}(B) = 0$ and $f_{12}(B) = f_{412}B^4$. In fact for technical reasons explained in Appendix, it was necessary to estimate the following model which contrains the autoregressive parameters of the leading indicator to their univariate values:

$$\begin{bmatrix} \underline{n}_{11}(B) & -f_{412}B^4 \\ 0 & \underline{f}^s_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-B) z^s_{1t} \\ (1-B) z^s_{2t} \end{bmatrix} = \tag{5.3}$$

$$\begin{bmatrix} c^s_1 \\ c^s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{11}(B) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^s_{1t} \\ a^s_{2t} \end{bmatrix},$$

où $\underline{f}^s_{22}(B)$ est le polynôme autorégressif confiné de (4.6'), $\underline{n}_{11}(B)$ égale $(1-B+.341B^2)$ et a^s_{it} vaut $.341a_{it}$. Puisqu'on a dû confiner les paramètres univariés de l'indicateurs avancés dans le modèle ARMMI bivarié avec filtrage, nous avons imposé la même restriction dans le modèle bivarié sans filtrage. Le confinement de $f^s_{22}(B)$ se justifie partiellement par l'absence de rétroaction de l'indicateur coïncident z_{1t} vers l'indicateur avancé z_{2t}.

where $\underline{f}^s_{22}(B)$ is the constrained autoregressive polynomial of (4.6'), $\underline{n}_{11}(B)$ is $(1-B+.341B^2)$ and a^s_{it} equals $.341a_{it}$. Since the univariate parameters of the leading indicator had to be constrained in the bivariate ARIMA model with filtering, we also imposed the same restriction in the bivariate model without filtering. The constraining of $f^s_{22}(B)$ can be partly justified by the absence of feedback from the coincident indicator z_{1t} to the leading indicator z_{2t}.

Le modèle ARIMA bivarié avec filtrage final pour la production industrielle et l'indicateur avancé est le suivant

The final bivariate ARIMA model with filtering for industrial production and the leading indicator is the following

$$\left[\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} - B\begin{bmatrix}1.000 & .000\\ .000 & 1.138\end{bmatrix} - B^2\begin{bmatrix}-.341 & .000\\ .000 & -.215\end{bmatrix} - B^3\begin{bmatrix}.000 & .000\\ .000 & .114\end{bmatrix}\right.$$

$$- B^4\begin{bmatrix}.000 & .170\\ & (.022)\\ .000 & -.083\end{bmatrix} - B^5\begin{bmatrix}.000 & .000\\ .000 & -.292\end{bmatrix}$$

(5.4)

$$\left. - B^6\begin{bmatrix}.000 & .000\\ .000 & .301\end{bmatrix} - B^7\begin{bmatrix}.000 & .000\\ .000 & -.084\end{bmatrix}\right]\begin{bmatrix}(1-B)\ z^s_{1t}\\ (1-B)\ z^s_{2t}\end{bmatrix} \qquad (5.4)$$

$$= \begin{bmatrix}.028\\ (.037)\\ .064\\ (.057)\end{bmatrix} + \left[\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} - B^1\begin{bmatrix}.264 & .000\\ (.092) & \\ .000 & .000\end{bmatrix}\right]\begin{bmatrix}a^s_{1t}\\ a^s_{2t}\end{bmatrix}, \quad \underline{S} = \begin{bmatrix}.223 & .120\\ .120 & .283\end{bmatrix},$$

où les paramètres sans écarts-types sont égaux à leur valeur univariée de l'équation (4.6). Les corrélations croisées des résidus du modèle (5.4) représentées dans le tableau 5.1 sont compatibles avec l'hypothèse d'indépendance.

Selon le modèle (5.4), 17.0 % d'un changement dans l'indicateur avancé composite du Canada filtré se fera sentir dans l'Indice de la production

where the parameters without standard deviations are equal to their univariate values of equation (4.6). The cross-correlation of the residuals of model (5.4) represented in Table 5.1 are compatible with the assumption of independence.

According to model (5.4), 17.0% of a change in the filtered Canadian Composite Leading Indicator will be felt in the filtered Canadian Index

Tableau 5.1: Corrélations croisées des résidus du modèle ARMMI bivarié avec filtrage représentées par les symboles de signification

Table 5.1: Cross-correlations of the residuals of the bivariate ARIMA model with filtering in terms of significance symbols

lag:	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		Ljung-Box
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	
1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	-	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	$Q_{11}(12)$=12.5
2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	$Q_{22}(12)$= 4.1

industrielle filtrée 4 mois plus tard. Pour que l'indicateur avancé filtré accuse un changement de direction, il faut qu'un changement décisif se soit produit dans les données non filtrées. Ceci est également vrai pour l'indicateur coïncident. Par conséquent le modèle (5.5) suppose implicitement que la production réagit graduellement à des changements persistents dans l'indicateur avancé.

6. DISCUSSION

Makridakis (1982, p. 43) souligne le peu de succès qu'ont connu les prévisionnistes à prédire le moment exact et l'intensité des récessions pendant les vingt dernières années. Sous ce rapport, les prévisions ARMMI bivariées avec filtrage de la production industrielle font assez bonne figure - au moins en 1979 -, comme illustré dans les figures 1 b), c) et d).

Neftçi (1979) a examiné les relations entre les onze indicateurs avancés publiés par le U.S. Bureau of Economic Analysis et le taux ce chômage et l'indice de la production industrielle américains. Selon ses résultats, seulement six des onze indicateurs s'avèrent utiles à la prévision des deux indicateurs coïncidents. Cette performance est loin d'être spectaculaire, surtout que les séries américaines sont probablement beaucoup moins irrégulières que leurs équivalents canadiens.

Ledolter, Shebeck et Trury (1981) ont fait une étude semblable de 120 paires de séries économiques autrichiennes à l'aide de modèles de fonctions de transfert, qui sont un cas particulier de modèles ARMMI multivariés. Il concluent que souvent ces modèles n'ont pas produit de prévisions substantiellement meilleures que les modèles ARMMI univariés de la série d'output.

of Industrial Production 4 months later. In order for the filtered leading indicator to display a change of direction, a rather decisive change must have occurred in the non-filtered data. The same holds for the coincident indicator. Consequently model (5.5) implicitly assumes that industrial production reacts gradually to persistent changes in the leading indicator.

6. DISCUSSION

Makridakis (1982, p. 43) emphasizes "that forecasters have been somewhat unsuccesful in their effort to correctly predict the timing and the depth of recessions" during the last 20 years. In that respect the bivariate ARIMA forecasts with filtering of industrial production perform rather well - in 1979 at least -, as illustrated in Figures 1 b), c) and d).

Neftçi (1979) examined the relationships between the eleven leading indicators published by the U.S. Bureau of Economic Analysis and the American rate of unemployment and index of industrial production. According to his results, only six of the eleven leading indicators were helpful in predicting the two coincident indicators. This performance is far from spectacular, especially since the American series are probably much less irregular than their Canadian counterparts.

Ledolter, Shebeck and Thury (1981) did a similar study of 120 pairs of Austrian economic series using transfer function models, which are a special case of multivariate ARIMA models. "It was often observed", they conclude, "that these models did not yield substantially better forecasts than the univariate ARIMA models of the output series" (p. 101).

Il serait intéressant de voir comment le filtrage des séries affecterait les conclusions de ces études. Comme dans le cas examiné dans ce travail, peut-être que les séries dépendantes comportent de l'irrégularité qu'ils n'avaient pas vraiment l'intention de prévoir et que les variables explicatives contenait des faux signaux provoquant des mouvements erratiques des prévisions.

Le présent travail propose une solution à cette question d'irrégularité. Il en est une autre cependant que nous aimerions soulever au sujet de la périodicité de la causalité entre chroniques et que les modèles ARMMI avec filtrage pourraient contribuer à résoudre. La causalité devrait-elle se transmettre mensuellement pour la simple raison que les séries sont mesurées mensuellement? C'est ce que supposent implicitement, selon nous, les modèles ARMMI existant, puisqu'ils relient les changements de période à période d'une série aux changements de période à période d'une autre série. Et si la causalité se transmettait trimestriellement dans un modèle mensuel? Et si les données étaient hebdomadaires?

Une spécification appropriée du genre de filtrage proposée par l'équation (4.2) pourrait par exemple relier le changement net de l'indicateur coïncident sur deux mois au changement net de l'indicateur avancé sur quatre mois. Ce serait là une manière d'incorporer dans les modèles ARMMI le genre de lissage proposé par Alexander et Stekler (1959). Ces auteurs observent prévoir moins de faux retournements lorsque leurs modèles d'indicateurs avancés et coïncidents portent sur les changements sur deux mois des séries plutôt que sur les changements d'un mois à l'autre. Cette discussion s'apparente aussi à celle de Gevweke (1984) qui décompose la causalité par fréquence.

It would be interesting to see how the filtering of the series would affect the conclusions of these studies. As in the case examined in this paper, perhaps the dependent series contained irregularity which they did not really mean to predict, and the explanatory series contained false signals which caused erratic movements in the forecasts.

This paper proposed one solution to that issue of irregularity. There is another issue however we would like to raise about the periodicity of causality between time series, which could also be addressed by ARIMA models with filtering. Should causality operate monthly just because the series are measured monthly? Yet existing ARIMA models implicitly assume, in our opinion, that this would be the case, since period-to-period changes in one series are related to period-to-period changes in another series. What if causality operated quarterly in a monthly model? And what if the data were weekly?

An appropriate variant of the type of filtering proposed by equation (4.2) could, for instance, relate the net change of the coincident indicator over two months to the net change of the leading indicator over four months. This would be a way to build into ARIMA models the kind of smoothing proposed by Alexander and Stekler (1959). These authors observe that fewer false predicted turns occur when their models of leading and concident indicators involve changes of the series over two months instead of month-to-month changes. This discussion is also akin to that in Geweke (1984) where causality is decomposed by frequency.

Klein et Moore (1983) observent que l'avance et l'impact des indicateurs avancés n'est généralement pas le même pour les phases de recession et de reprise de l'indicateur coïncident considéré. On suppose ici qu'ils sont les mêmes, parce que les modèles ARMMI simultanés ne permettent pas encore de paramètres qui seraient en vigueur ou non selon les phases du cycle économique des séries. Nous soupçonnons que pareille possiblité améliorerait le modèles (même pour les récession).

CONCLUSION

Les séries chronologiques comportent généralement une composante irrégulière. Souvent l'économètre cherche plutôt à prévoir le mouvement à plus long terme des séries plutôt que leurs fluctuations irrégulières passagères. En outre, la présence d'irrégularité dans les variables avancées ou explicatives du modèle se traduira vraisemblablement par un comportement erratique des prévisions.

Ce travail présente une façon de résoudre ces deux difficultés pour les modèles ARMMI multivariés. Dans les modèles ARMMI avec filtrage proposés, on lisse les séries avant la modélisation. On compare donc les prévisions résultantes avec des données lissés, ce qui permet d'évaluer la performance prévisionnelle de manière plus pertinente. Le lissage enmpêche également la migration de fluctuations irrégulières des séries avancées ou explicatives aux prévisions des séries coïncidantes ou dépendantes.

Une application à l'Indice canadien de la production industrielle et à l'indice avancé composite du Canada des modèles ARMMI univarié et bivarié avec filtrage proposés donne de meilleures prévisions que les modèles ARMMI oridnaires sans filtrage.

Klein et Moore (1983) observe that the advance and the impact of leading indicators is generally not the same for a recession and for a recovery phase of an coincident indicator considered. It is herein assumed that they are the same, because multivariate ARIMA models do not yet allow parameters which would be operational according to the phases of the economic cycle of the series. We suspect that the model could be improved (even for recessions) if this were possible.

CONCLUSION

Time series generally contain an irregular component. Quite often the econometrician is more interested in predicting the longer-run movement of the series than their short-run irregular fluctuations. Furthermore, the presence of irregularity in leading or explanatory variables of the model is likely to translate into erratic behaviour of the forecasts.

This paper presents one way of dealing with those two problems for multivariate ARIMA models. In the proposed ARIMA models with filtering, the series are smoothed before modelling. The forecasts are then compared with smoothed data, which allows a more relevant assessment of the forecasting performance. The smoothing also prevents irregular fluctuations in leading or explanatory series from migrating to the forecasts of the coincident or dependent series.

An application of the proposed univariate and bivariate ARIMA models with filtering to the Canadian Index of Industrial Production and to the Canadian Composite Leading Indicator yields better forecasts than the standard ARIMA models without filtering.

RECONNAISSANCE

Les auteurs remercient leurs collègues et supérieurs D. Rhoades, E.B. Dagum, N. Lanier, B. Lefrançois et L.E. Öller, pour leurs précieux commentaires.

AKNOWLEDGEMENT

The authors are grateful to their colleagues and superior officers, D. Rhoades, E.B. Dagum, N. Laniel, B. Lefrançois and L.E Öller, for their valuable comments.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES / REFERENCES

Alexander. S.S., Stekler, H.O. (1959). "Forecasting Industrial Production - Leading Series Versus Autoregression", Journal of Political Economy 67, p. 402-409.

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1970). Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day.

Cicarelli, J. (1982). "A New Method of Evaluating the Accuracy of Economic Forecasts", Journal of Macroeconomics 4, p. 469-475.

Ehrenberg, A.S.C. (1982). "Writing Technical Papers and Reports". The American Statistician 36, p. 326-329.

Geweke, J.F. (1984), "Measures of Conditional Linear Dependance and Feedback between Time Series". J.A.S.A. 79, p. 907-915.

Granger, C.W.J. (1969). "Investigating Causal Relationships by Econometric Models and Cross-Spectral Methods", Econometrica 37, p. 424-438

Haugh, L.D. and Box, G.E.P. (1977). "Identification of Dynamic Regression (Distributed Lag) Models Connecting Two Time Series", J.A.S.A. 72, p. 121-129.

Jenkins, G.M. and Alavi, A.S. (1981). "Some Aspects of Modelling and Forecasting Multivariate Time Series", Journal of Time Series Analysis 2, p. 1-47.

Klein, P.A., Moore, G.H. (1983), "The Leading Indicator Approach to Economic Forecasting". Journal of Forecasting 2, p. 119-138.

Ledolter, J., Schebeck, F. and Thury, G. (1981). Forecasting Using Leading Indicators: Some Empirical Evidence for Austria, (Angewandte Statistik und Ökonometrie, Heft 17) Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen.

Liu, L.-M. Hudak, G.B., Box, G.E.P., Muller, M.E. and Tiao, G.C. (1985). The SCA system for Univariate-Multivariate Time Series and General Statistical Analysis, Scientific Computing Associate, P.O. Box 625, DeKalb, Illinois 60115, U.S.A.

Ljung, G.M. and Box, G.E.P. (1978). "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models", Biometrika 65, p. 297-304.

Makridakis, S. (1982). "Chronology of the Last Six Recessions". Omega 10, p. 43-50.

Neftçi, S.N. (1979). "Lead-Lag Relations, Exogeneity and Prediction of Economic Time Series", Econometrica 47, p. 101-113.

Rhoades, D. (1980). "Converting Timeliness into Reliability in Economic Time Series or Minimum Phase-Shift Filtering of Economic Time Series", Canadian Statistical Review, February 1980, p. vi-xviii; "La conversion de l'actualité en fiabilité des séries chronologiques éconoimiques", Revue statistique du Canada, février 1980, p. vi-xviii

Theil, H. (1966). Applied Economic Forecasting, North-Holland.

Theil, H. (1971). Principles of Econometrics, John Wiley.

Tiao, G.C. and Box, G.E.P. (1981). "Modelling Multiple Time Series with Applications", J.A.S.A. 76, p. 802-816.

APPENDICE

Le modèle idéal à estimer serait:

$$\begin{bmatrix} \underline{n}_{11}(B)f_{11}(B) & f_{12}(B) \\ f_{21}(B) & \underline{n}_{22}(B)f_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-B)^{d_1} z^s_{1t} \\ (1-B)^{d_2} z^s_{2t} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} c^s_1 \\ c^s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{m}_{11}(B)h_{11}(B) & h_{12}(B) \\ h_{21}(B) & \underline{m}_{22}(B)h_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

où les polynômes soulignés devraient être confinés à leur valeurs connues. La version courrante du logiciel utilisé (de même que tous ceux que nous connaissons) ne permet pas la mise en facteur requise à l'intérieur de la diagonale, ce qui dans le cas considéré opérerait la distinction entre paramètres connus et inconnus. Le logiciel permet seulement la mise en facteur matricielle:

$$\begin{bmatrix} \underline{n}_{11}(B) & 0 \\ 0 & \underline{n}_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11}(B) & f_{12}(B) \\ f_{21}(B) & f_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-B)^{d_1} z^s_{1t} \\ (1-B)^{d_2} z^s_{2t} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} c^s_1 \\ c^s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{m}_{11}(B) & 0 \\ 0 & \underline{m}_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11}(B) & h_{12}(B) \\ h_{21}(B) & h_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ce qui est identiquement équivalent à

APPENDIX

The ideal model to estimated would be:

(1)

where the polynomials underlined should be constrained to their known values. The current version of the software used (and all the software we know of) does not allow the required polynomial factorization within the diagonal, which in the case at hand would distinguish between known and unknown parameters. The software only allows matrix factorization:

(2)

which is identically equivalent to

$$\begin{bmatrix} \underline{n}_{11}(B)f_{11}(B) & \underline{n}_{11}(B)f_{12}(B) \\ \underline{n}_{22}(B)f_{21}(B) & \underline{n}_{22}(B)f_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1-B)^{d_1} z^{s}_{1t} \\ (1-B)^{d_2} z^{s}_{2t} \end{bmatrix} =$$

(2')

$$\begin{bmatrix} c^{s}_{1} \\ c^{s}_{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{m}_{11}(B)h_{11}(B) & \underline{m}_{11}(B)h_{12}(B) \\ \underline{m}_{22}(B)h_{21}(B) & \underline{m}_{22}(B)h_{22}(B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1t} \\ a_{2t} \end{bmatrix} \qquad (2')$$

Ce dernier modèle n'équivaut pas au modèle de l'équation (1). Le modèle (1) défiltre seulement les relations univariées des séries qui doivent être conservées dans le modèle bivarié. Le modèle (2') en revanche défiltre également les relations entre les séries, car ses éléments non diagonaux se trouvent également multipliés par les polynômes de filtrage. C'est justement ce défiltrage des relations entre les séries que la méthodologie proposée vise à éviter. En substituant l'équation (4.2') dans (2'), on trouve en effet que tous les polynômes de filtrage s'annulent (si $n_{11}(B)= n_{22}(B)$ et $m_{11}(B)= m_{22}(B)$), c'est-à-dire que le filtrage disparaît complètement du modèle.

Pour le modèle particulier illustré dans ce travail, une solution (infra-optimale) au problème a consisté à confiner et le polynôme de filtrage et le polynôme univarié de l'indicateur avancé. On a estimé le modèle (5.3) où en effet $\underline{f}^{s}_{22}(B) = \underline{n}_{22}(B)\underline{f}_{22}(B)$. En d'autres mots, le besoin de la mise en facteur polynomiale dans le second élément diagonal a été contourné en contraignant le produit des deux polynômes impliqués.

The latter model however is not equivalent to the model required in equation (1). Model (1) defilters only the univariate relationsphips which must be preserved in the bivariate models. Model (2'), on the other hand, also defilters the relationshpips between the series, since its off-diagonal elements are multiplied by the filtering polynomials. This defiltering of the relationsips between series is exactly what the methodology proposed purports to avoid. Indeed by substitution (4.2') in (2'), it is found that all the filtering polynomials cancel out (if $n_{11}(B)= n_{22}(B)$ and $m_{11}(B)= m_{22}(B)$); in other words filtering completely disappears from the model.

In the particular model illustrated in the paper a (sub-optimal) solution to the problem consisted of constraining both the filtering and the univariate polynomial of the leading indicator: Model (5.3) was estimated where $\underline{f}^{s}_{22}(B) = \underline{n}_{22}(B)\underline{f}_{22}(B)$. In other words, the need for the polynomial factorization in the second element of the diagonal was circumvented by constraining the product of the two polynomials involved.